



**POLITECNICO**  
MILANO 1863

DIPARTIMENTO DI  
INGEGNERIA CIVILE E  
AMBIENTALE

## MANUALE DI PROGETTAZIONE PER SOLAI MONO E BIDIREZIONALI W4GW SECONDO NORME SIA ED EN

Dott. Ing. Patrick Bamonte



## PREMESSA

L'obiettivo del presente documento è quello di fornire un ausilio alla progettazione di solai realizzati con la tecnologia W4GW. In particolare, saranno forniti strumenti di predimensionamento sia per solai a comportamento unidirezionale (tipico, per esempio, dei solai in laterocemento), sia per solai con nervature in due direzioni (Figura 1). Lo scopo della soluzione con comportamento bidirezionale è quello di sfruttare appieno il comportamento “a piastra”, che consente, a parità di condizioni di vincolo al contorno, significative riduzioni di spessore, e quindi di ingombro della struttura, rispetto alla soluzione con comportamento monodirezionale.



Figura 1 – Immagine del cassero per solai W4GW a comportamento bidirezionale.

Nell'ambito delle strutture a comportamento bidirezionale, il principale vantaggio dei solai alleggeriti rispetto a solai di pari spessore realizzati con getto pieno risiede nella riduzione della massa (e dunque di peso proprio). A titolo di esempio, in Tabella 1 è mostrato, al variare dello spessore, un confronto in termini di peso proprio (al metro quadrato) tra un solaio alleggerito del tipo W4GW (con soletta di 5 cm e travetti di larghezza  $b_w = 8$  cm ad interasse  $i = 40$  cm) ed un solaio a getto pieno di pari spessore. E' bene osservare come, nel campo degli spessori tipici delle strutture a piastra ( $h = 10 \div 25$  cm), la riduzione di peso varia tra il 40 ed il 65% circa.

Le curve di impiego illustrate nel seguito sono state ottenute facendo riferimento alle prescrizioni contenute nella normativa europea (EN 1990, EN 1992-1-1 [1,2]) e svizzera (SIA 260 e 262 [3,4]). In particolare, in considerazione dell'elevata deformabilità che caratterizza le strutture a piastra, sono stati considerati come criterio per il dimensionamento i limiti prescritti dalle citate normative in termini di spostamenti massimi. Il rispetto di tali limiti, con i quantitativi di armatura

in zona tesa presi in considerazione nel seguito, garantiscono il rispetto delle verifiche a flessione allo stato limite ultimo. All'interno degli stessi diagrammi di predimensionamento sono state implementate anche delle curve limite per valutare la necessità di armatura a taglio nelle zone di appoggio.

Si precisa che le curve di impiego illustrate nel seguito costituiscono uno strumento per il predimensionamento, che non esonerano in alcun modo il progettista strutturale dall'esecuzione di tutte le verifiche prescritte dalle normative.

Tabella 1 – Confronto tra i pesi propri di un solaio pieno ed un solaio alleggerito W4GW.

h [cm]	P <sub>PIENO</sub>	P <sub>W4GW</sub>	Δ [%]
10	2.50	1.50	-40%
11	2.75	1.55	-44%
12	3.00	1.60	-47%
13	3.25	1.65	-49%
14	3.50	1.70	-51%
15	3.75	1.75	-53%
16	4.00	1.80	-55%
17	4.25	1.85	-56%
18	4.50	1.90	-58%
19	4.75	1.95	-59%
20	5.00	2.00	-60%
21	5.25	2.05	-61%
22	5.50	2.10	-62%
23	5.75	2.15	-63%
24	6.00	2.20	-63%
25	6.25	2.25	-64%

Chiaramente, la riduzione di massa è accompagnata da altri vantaggi. Tra questi si possono citare:

- riduzione del costo totale dei materiali;
- riduzione dello spessore del solaio (a parità di dimensioni in pianta);
- alleggerimento delle strutture portanti sottostanti (pareti portanti, platea, plinti);
- riduzione della sollecitazione sismica.

Ai suddetti vantaggi, strettamente correlati alla riduzione di massa, se ne aggiungono altri più legati alla particolare tecnologia dei solai W4GW:

- facilità di posa dell'armatura, grazie alle scanalature presenti nel cassero;
- facilità di posa dei solai in controflessa, grazie alla flessibilità del cassero.



## 1. MATERIALI

In quanto segue, si ipotizza l'utilizzo di calcestruzzo C25/30, caratterizzato dalle seguenti proprietà meccaniche:

- resistenza caratteristica cilindrica a compressione:  $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$
- resistenza media a trazione diretta:  $f_{ctm} = 2.6 \text{ MPa}$
- modulo elastico istantaneo:  $E_{cm} = 31 \text{ GPa}$

La scelta di considerare una sola classe di calcestruzzo è dettata dalla modesta influenza che le proprietà del calcestruzzo hanno sui risultati. Il valore di resistenza a compressione scelto (e dunque la classe del calcestruzzo) può essere considerata tipica delle strutture gettate in opera.

Il valore di resistenza a trazione corrisponde alla classe di calcestruzzo scelta, come da indicazioni della EN 1992-1-1 (Prospetto 3.1) e della SIA 262 (Tabella 3). Facendo riferimento alle prescrizioni di cui alle NTC 08 (Paragrafo 11.2.10.2) si ottiene un valore di poco inferiore.

Il valore di modulo elastico corrisponde alla classe di calcestruzzo scelta, come da indicazioni della EN 1992-1-1 (Prospetto 3.1). Tale valore risulta in linea sia con le prescrizioni delle NTC 08 (Paragrafo 11.2.10.3), che forniscono un valore di poco superiore, sia con le prescrizioni della SIA 260 (Paragrafo 3.1.2.3.3), ove si consideri un calcestruzzo con aggregato calcareo frantumato ( $k_E \approx 9700$ ).

In merito agli effetti differiti, ovvero viscosità e ritiro, sono stati utilizzati forfettariamente i seguenti valori:

- coefficiente di viscosità a tempo infinito:  $\varphi_\infty = 2.5$
- deformazione da ritiro a tempo infinito:  $\varepsilon_{cs,\infty} = 0.4\%$

Anche tali valori possono essere considerati tipici di elementi ordinari in ambiente caratterizzato da valori di umidità relativa prossimi a 75%.

Per l'acciaio d'armatura si è considerato un modulo elastico pari a  $E_s = 205 \text{ GPa}$ , e due valori di tensione di snervamento caratteristica:

- per le analisi secondo SIA 262 (Tabella 5):  $f_{sk} = 500 \text{ MPa}$
- per le analisi secondo EN 1992-1-1:  $f_{yk} = 450 \text{ MPa}$



## 2. CARICHI

Sono stati presi in considerazione tre tipi di carico:

- peso proprio del solaio (permanente strutturale), indicato con  $G_{k1}$ , la cui entità è variabile in funzione dell'altezza del solaio;
- peso del massetto per gli impianti (permanente NON strutturale), indicato con  $G_{k2}$ , stimato in 1.50 kN/mq (corrispondente a 15 cm di massetto alleggerito più le finiture);
- carico variabile, indicato con  $Q_k$ ; in quanto segue saranno presi in considerazione i seguenti valori: 2.00, 4.00 e 6.00 kN/mq.

La denominazione utilizzata per i diversi tipi di carico ricalca quella delle NTC 08. A tal proposito, si osservi che nella EN 1992-1-1 e nella SIA 260 non vi è distinzione tra i permanenti strutturali ed i permanenti non strutturali. Mentre  $G_{k1}$  e  $Q_k$  interessano tutte le tipologie di solaio analizzate nel seguito, il carico  $G_{k2}$  è stato messo in conto nella sua totalità solamente nel caso dei solai alleggeriti, ammettendo che non sia possibile realizzare gli impianti in spessore di solaio. Per i solai in getto pieno, il carico permanente non strutturale è stato assunto pari a  $G_{k2} = 1.00$  kN/mq. Per le verifiche allo stato limite ultimo (taglio nelle zone di appoggio) i suddetti carichi saranno combinati considerando i coefficienti di amplificazione indicati nella tabella seguente.

normativa	carico		
	$G_{k1}$	$G_{k2}$	$Q_k$
EN 1992-1-1	1.35	1.35	1.5
SIA 260	1.35	1.35	1.5

L'utilizzo dei coefficienti della EN 1992-1-1 implica valori di carico superiori a quelli che si otterrebbero utilizzando i coefficienti di amplificazione di cui alle NTC 08.

Per le verifiche agli stati limite di esercizio (limitazione degli spostamenti) devono essere utilizzate le combinazioni di carico rara, frequente e quasi permanente. Tali combinazioni si ottengono dalla somma dei valori caratteristici dei carichi, previa moltiplicazione della sola azione variabile per un coefficiente di combinazione, che assume i seguenti valori:

- $\psi_1 = 0.5$  per la combinazione di carico frequente;
- $\psi_2 = 0.3$  per la combinazione di carico quasi permanente.

In combinazione di carico rara, l'azione variabile è considerata nella sua interezza. Si noti come i valori dei coefficienti di combinazione riportati, validi per edifici di civile abitazione e uffici, siano gli stessi in tutte le normative citate in precedenza.



### 3. STATI LIMITE DI ESERCIZIO

#### Limitazione delle tensioni

Secondo la EN 1992-1-1, la tensione di compressione nel calcestruzzo deve essere limitata al fine di evitare fessure longitudinali, micro-fessurazione o elevati livelli di viscosità, laddove questi possano comportare effetti inaccettabili per la funzionalità della struttura.

Possono insorgere fessure longitudinali se il livello di tensione sotto la combinazione di carico caratteristica eccede un valore critico. Tale fessurazione può condurre a una riduzione di durabilità. In assenza di altri provvedimenti, come incremento del copriferro nella zona di compressione o confinamento mediante armatura trasversale, può essere opportuno limitare le tensioni di compressione al valore  $k_1 \cdot f_{ck}$  per esposizione in ambienti di classe XD (corrosione indotta da cloruri), XF (attacco di cicli gelo/disgelo) e XS (corrosione indotta da cloruri presenti nell'acqua di mare). Il valore raccomandato per  $k_1$  è 0.6.

Se la tensione nel calcestruzzo sotto i carichi quasi permanenti è minore di  $k_2 \cdot f_{ck}$ , si può assumere un comportamento visco-elastico di tipo lineare. Il valore raccomandato per  $k_2$  è 0.45.

Le tensioni di trazione nell'acciaio devono essere limitate per evitare deformazioni anelastiche, fessurazioni o deformazioni inaccettabili.

Si può ammettere che fessurazioni o spostamenti non accettabili siano evitati quando, sotto la combinazione di carichi caratteristica, la tensione di trazione nell'armatura non eccede  $k_3 \cdot f_{yk}$ . Il valore raccomandato per  $k_3$  è 0.8.

#### Controllo dell'inflessione

L'inflessione di un elemento o di una struttura deve essere tale da non comprometterne la funzionalità o l'aspetto estetico. I valori limite di inflessione devono tenere conto della natura della struttura, delle finiture, dei tramezzi e degli accessori, nonché della funzione della struttura stessa.

Elementi non caricati oltre il livello che provoca il superamento della resistenza a trazione del calcestruzzo in qualsiasi punto, possono essere considerati non fessurati. Elementi che si presume si fessurino, ma non totalmente, si comportano in modo intermedio tra le condizioni di non fessurazione e completa fessurazione e, per gli elementi soggetti prevalentemente a flessione, una previsione adeguata del comportamento è data dall'espressione (EN 1992-1-1, Paragrafo 7.4.3):

$$\alpha = \zeta \cdot \alpha_2 + (1 - \zeta) \cdot \alpha_1 \quad (1)$$

dove:

$\alpha$  è il parametro di deformazione da considerare, che può essere per esempio una deformazione, una curvatura, una rotazione o un'inflessione;

$\alpha_1, \alpha_2$  sono rispettivamente i valori del parametro di cui al punto precedente, calcolati nelle ipotesi limite di sezione non fessurata e totalmente fessurata;



**POLITECNICO**  
MILANO 1863

$\zeta$  è un coefficiente di distribuzione (che tiene conto del contributo irrigidente del calcestruzzo non fessurato nella sezione) dato, nel caso di elementi inflessi, dalla seguente espressione:

$$\zeta = 1 - \beta \cdot (M_{cr}/M)^2 \quad (2)$$

$\beta$  è un coefficiente che tiene conto dell'influenza sulla deformazione media della durata del carico o della presenza di carichi ripetuti;  $M_{cr}$  è il momento di prima fessurazione.

Nella maggioranza dei casi risulta generalmente accettabile calcolare l'inflessione una volta nell'ipotesi che l'intero elemento non sia fessurato, un'altra nell'ipotesi che lo stesso sia totalmente fessurato, effettuando poi un'interpolazione mediante l'espressione (1).

In quanto segue, nell'ottica di ottenere valori cautelativi, sarà utilizzato come valore di momento  $M$  nell'espressione (2) il momento massimo in campata (positivo): si suppone quindi che, a determinare lo stato fessurato (o non fessurato) dell'intera struttura, sia il massimo valore di momento flettente. Agli spostamenti dovuti ai carichi applicati, devono essere sommati gli effetti del ritiro che, in presenza di armature non simmetriche, producono inflessioni. Inoltre, secondo un approccio ricorrente nella letteratura sul tema [5,6], lo spostamento massimo è calcolato come media aritmetica tra lo spostamento in fase non fessurata e lo spostamento in fase fessurata anche qualora il momento massimo  $M_{max}$  non superi il momento di prima fessurazione  $M_{cr}$ . Tale approccio coincide con le espressioni mostrate in precedenza, ove si assuma il valore minimo di  $\zeta = 0.5$ , indipendentemente dal rapporto tra  $M_{cr}$  e  $M_{max}$ .

Secondo la EN 1992-1-1 (Paragrafo 7.4.1), l'aspetto e la funzionalità della struttura possono essere pregiudicati se l'inflessione di una trave, piastra o sbalzo soggetti ai carichi quasi-permanenti è maggiore di 1/250 della luce. L'inflessione è intesa relativa agli appoggi. Può essere prevista una contofreccia per compensare tutta o parte dell'inflessione, ma si raccomanda che la monta delle casseforme verso l'alto non sia maggiore di 1/250 della luce.

Si raccomanda altresì che le inflessioni che possono causare danni a parti adiacenti della struttura siano limitate. Un adeguato limite per l'inflessione dopo la costruzione in presenza dei carichi quasi-permanenti è generalmente 1/500 della luce. Altri limiti possono essere considerati in funzione della sensibilità delle parti adiacenti.

Secondo la SIA 260, gli spostamenti devono rientrare entro opportuni limiti, calibrati sulla natura degli elementi portati (Appendice A, Tabella 3). I valori dei limiti sono i seguenti:

- 1/500 della luce in combinazione di carico rara, per elementi portati a comportamento fragile;
- 1/350 della luce in combinazione di carico frequente, per elementi portati a comportamento duttile;
- 1/300 della luce in combinazione di carico quasi permanente, per garantire un adeguato aspetto.

In assenza di metodi di calcolo specificamente previsti dalla normativa svizzera, si adotterà il procedimento previsto dalla EN 1992-1-1 illustrato in precedenza.



#### 4. STATI LIMITE ULTIMI

Come detto in precedenza, il rispetto dei limiti di deformabilità garantisce il rispetto delle verifiche a flessione in condizione di stato limite ultimo. Deve invece essere considerato esplicitamente il comportamento a taglio, soprattutto in considerazione del fatto che l'utilizzo di spessori esigui e la riduzione della sezione resistente (da solaio pieno a nervato) comporta una significativa riduzione della capacità portante a taglio.

Secondo la EN 1992-1-1, il taglio resistente si valuta con la seguente espressione (Par. 6.2.2):

$$V_{Rd,c} = [C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} + k_1 \cdot \sigma_{cp}] \cdot b_w \cdot d \geq (v_{min} + k_1 \cdot \sigma_{cp}) \cdot b_w \cdot d \quad (3)$$

dove:

- $C_{Rd,c}$  è un coefficiente di origine empirica: il valore suggerito è  $0.18/\gamma_c$ ;
- $k$  è un parametro che tiene conto della dimensione dell'elemento strutturale;
- $\rho_l = A_{sl}/(b_w \cdot d)$  è il rapporto geometrico di armatura longitudinale ( $\leq 0.02$ );
- $A_{sl}$  è l'armatura longitudinale;
- $b_w$  è la larghezza minima della sezione in zona tesa;
- $d$  è l'altezza utile dell'elemento;
- $k_1$  è un coefficiente di natura empirica: il valore suggerito è  $0.15$ ;
- $\sigma_{cp}$  è lo sforzo medio di compressione ( $= 0$  in flessione);
- $v_{min} = 0.035 \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2}$

In ossequio alle prescrizioni della SIA 262 per elementi privi di armatura trasversale (Par. 4.3.3.2), la resistenza specifica a taglio vale:

$$v_{Rd} = k_d \cdot \tau_{cd} \cdot d_v \quad (4)$$

dove:

- $k_d$  è un coefficiente che tiene conto di vari fattori, tra cui lo stato di sollecitazione dell'armatura longitudinale, la dimensione dell'elemento, e la dimensione massima  $D_{max}$  dell'aggregato (assunta nel seguito pari a 16 mm);
- $\tau_{cd}$  è lo sforzo nominale massimo per sollecitazione tagliente; per un calcestruzzo di classe C25/30 vale  $1.00 \text{ N/mm}^2$ , per carichi di breve durata (minore di un'ora) e se, in fase di dimensionamento, i carichi permanenti non rappresentano più del 90% dei carichi totali;
- $d_v$  è l'altezza utile dell'elemento, nella sezione di verifica.

Si noti come l'espressione precedente debba essere moltiplicata per la larghezza dell'elemento nella sezione di verifica, al fine di ottenere una forza. Nel caso di solai nervati la resistenza terrà quindi conto della larghezza delle nervature e del loro interasse, al fine di pervenire ad una resistenza per unità di larghezza.





## 5. MODALITA' DI UTILIZZO DELLE CURVE DI IMPIEGO

Le curve di impiego riportate negli allegati A1 e A2 consentono la determinazione dello spessore di strutture a piastra a comportamento mono- o bidirezionale, una volta definiti i carichi applicati, al variare del rapporto geometrico di armatura tesa. Dalle stesse curve è possibile ottenere un'indicazione sulla necessità di disporre armatura trasversale per l'assorbimento del taglio in zona di appoggio, al di fuori della zona in getto pieno (qui assunta pari a 0.1 a su tutti i lati) sempre presente sugli appoggi. Si procede ora ad illustrare un esempio di utilizzo di tali curve.

Si voglia progettare secondo le norme SIA un solaio a piastra in semplice appoggio di dimensioni in pianta  $a \times b = 6.00 \times 9.00$  mq. Il carico variabile di progetto è pari a 4.00 kN/mq. Gli elementi portati hanno comportamento duttile: pertanto, il valore massimo di spostamento consentito è pari a  $L/350 = a/350 \approx 1.7$  cm in combinazione di carico frequente.

In virtù delle ipotesi di progetto, si utilizzano le curve di impiego relative allo Schema 1 (semplice appoggio), per un rapporto tra i lati pari a  $b/a = 9/6 = 1.5$ , e carico variabile pari a 4.00 kN/mq. Si può a questo punto optare per un interasse tra i travetti pari a 30 oppure 40 cm; in quanto segue si assumerà un interasse  $i = 30$  cm.

Dalla figura corrispondente ai dati in questione (Figura 2), scegliendo un rapporto geometrico di armatura riferito all'interasse  $\rho_1 = A_{s1}/(i \cdot d)$  pari a 0.50% si ottiene  $L/d = a/d \approx 29$  (freccie A e B). Il valore di altezza utile, approssimato per eccesso, è quindi pari a 21 cm. Il punto corrispondente ai valori  $d = 21$  cm e  $L/d = 29$  cade nel semipiano in cui si trova l'indicazione " $A_{sw} > 0$ " (freccia C): si renderà quindi necessario prevedere un'apposita armatura trasversale (al di fuori della fascia piena di cui si è detto in precedenza) per assorbire gli sforzi di taglio in zona di appoggio. Si procede ora ad illustrare i calcoli di verifica con i seguenti dati:

- altezza utile  $d = 21$  cm; altezza totale  $h = d + 3.5 = 24.5$  cm
- armatura tesa  $A_{s1} = 0.005 \cdot 30 \cdot 21 = 3.15$  cm<sup>2</sup> (2Ø14 in ogni travetto)
- armatura nella soletta  $A_{s2} = 0.25 \cdot A_{s1} = 0.79$  cm<sup>2</sup> (rete elettrosaldata Ø8/15)

Il peso proprio è pari a  $G_{k1} = 2.55$  kN/mq; i carichi permanente non strutturale e variabile, come già detto, rispettivamente a  $G_{k2} = 1.50$  kN/mq e  $Q_k = 4.00$  kN/mq. Ne seguono i seguenti carichi totali per le combinazioni significative ai fini delle verifiche:

- carico allo stato limite ultimo:  $P_{SLU} = 1.35 \cdot (G_{k1} + G_{k2}) + 1.5 \cdot Q_k = 11.47$  kN/mq
- carico in combinazione rara:  $P_{RARA} = G_{k1} + G_{k2} + Q_k = 7.83$  kN/mq
- carico in combinazione frequente:  $P_{FR} = G_{k1} + G_{k2} + 0.5 \cdot Q_k = 6.05$  kN/mq

Il valore di momento flettente massimo per i due valori di carico PSLU e PFR può essere determinato a partire da numerosi testi disponibili in letteratura. A titolo di esempio, si considerano qui le tabelle di Czerny [7], che forniscono, per un rapporto tra i lati pari a  $b/a = 1.5$  e condizioni di semplice appoggio su tutti i bordi (Figura 3), il seguente valore:

$$M_{\max} = P \cdot a^2 / 13.7 = 0.0730 \cdot P \cdot a^2$$

dove  $P$  è il carico uniformemente distribuito applicato sulla piastra, ed  $a$  è il lato minore. Per i due valori di carico  $P_{SLU}$  e  $P_{FR}$  si ottengono, rispettivamente, i momenti massimi  $M_{SLU} = 30.14 \text{ kNm/m}$ ,  $M_{RARA} = 20.58 \text{ kNm/m}$  e  $M_{FR} = 15.90 \text{ kNm/m}$ .

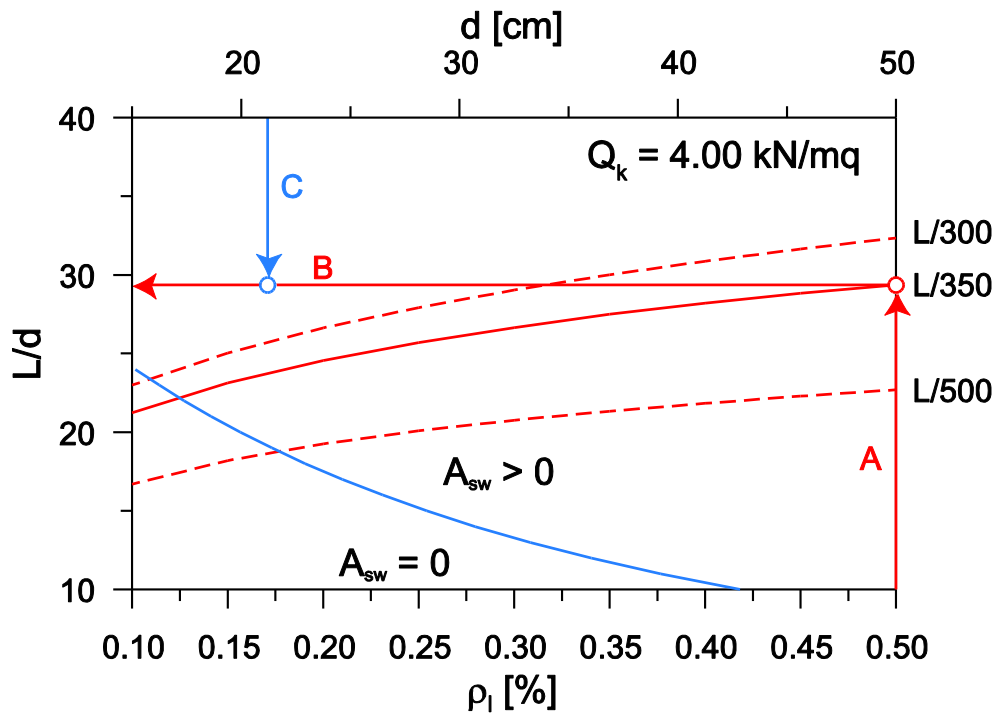


Figura 2 – Esempio di utilizzo della curva di impiego per Schema 1,  $b/a = 1.5$ ,  $i = 30 \text{ cm}$  e  $Q_k = 4.00 \text{ kN/mq}$ .

<b>2.2 Tafeln für gleichmäßig vollbelastete vierseitig gelagerte Rechteckplatten</b>											
<b>2.2.1 Einspannungsfreie Lagerung der vier Ränder</b>											
$l_y:l_x$	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25	1,30	1,35	1,40	1,45	1,50
$m_{x_{\text{min}}}$ =	27,2	24,5	22,4	20,7	19,1	17,8	16,8	15,8	15,0	14,3	13,7
$m_{y_{\text{max}}}$ =	27,2	27,5	27,9	28,4	29,1	29,9	30,9	31,8	32,8	33,8	34,7
$m_{x_{y\text{e}}}$ = ±	21,6	20,6	19,7	19,0	18,4	17,9	17,5	17,1	16,8	16,5	16,8
$R_s$ =	10,8	10,3	9,85	9,5	9,2	8,95	8,75	8,55	8,4	8,25	8,15
$q_{x_{\text{rm}}}$ = ±	2,96	2,87	2,78	2,71	2,64	2,58	2,52	2,47	2,43	2,39	2,36
$\hat{q}_{x_{\text{rm}}}$ =	2,19	2,15	2,11	2,07	2,04	2,02	2,00	1,98	1,97	1,96	1,95
$q_{y_{\text{rm}}}$ = ±	2,96	2,92	2,89	2,86	2,84	2,82	2,80	2,78	2,76	2,75	2,75
$\hat{q}_{y_{\text{rm}}}$ =	2,19	2,14	2,09	2,05	2,02	1,99	1,96	1,94	1,92	1,90	1,89
$f/m$ = $\frac{p \cdot l_x^4}{E \cdot d^3}$	0,0487	0,0536	0,0584	0,0631	0,0678	0,0728	0,0767	0,0809	0,0850	0,0890	0,0927

Figura 3 – Tabelle per la determinazione dei momenti flettenti secondo Czerny [7].

Dalle stesse tabelle utilizzate per valutare i massimi momenti flettenti, si possono desumere i valori massimi di spostamento. Nel caso in esame si ha

$$w_m = 0.0927 \cdot P \cdot a^4 / (E \cdot h^3) = 0.00773 \cdot P \cdot a^4 / (E \cdot J)$$

dove  $E$  è il modulo elastico del materiale (che deve tenere conto dell'effetto della viscosità),  $h$  è l'altezza totale della sezione e  $J$  il momento di inerzia della sezione sulla larghezza unitaria. Il metodo di calcolo di cui al Paragrafo 3 richiede la valutazione dello spostamento massimo nelle due condizioni limite di sezione interamente reagente ( $w_1$ ) e di sezione fessurata ( $w_2$ ). Si determinano quindi i momenti di inerzia della sezione nelle due condizioni limite di assenza di fessurazione ( $J_1$ ) e completa fessurazione ( $J_2$ ). Utilizzando un coefficiente di omogeneizzazione pari a  $E_s/E_c \cdot (1 + \varphi_\infty) = 23.15$  (per tenere conto della viscosità), si ottengono i seguenti valori:

$$J_1 = 87960 \text{ cm}^4/\text{m} \quad \text{e} \quad J_2 = 58393 \text{ cm}^4/\text{m}$$

Utilizzando un valore di modulo elastico pari a  $E_\infty = E/(1 + \varphi_\infty) = 8.86 \text{ GPa}$ , si ottengono i seguenti valori di spostamento:

$$w_1 = 7.8 \text{ mm} \quad \text{e} \quad w_2 = 11.7 \text{ mm}$$

Considerando il valore del momento di prima fessurazione  $M_{cr} = 16.87 \text{ kNm/m}$ , e osservando che  $M_{cr} > M_{FR}$ , si assume  $\zeta = 0.50$ , e quindi

$$w_{max} = \zeta \cdot w_2 + (1 - \zeta) \cdot w_1 = 9.8 \text{ mm}$$

Tale valore deve essere incrementato, per tenere conto del contributo del ritiro, parzialmente impedito dalle barre d'armatura. Il valore dello spostamento massimo dovuto al ritiro è dato dalla seguente espressione [6]:

$$w_{cs} = 0.00773 / 0.0730 \cdot a^2 / r_{cs} \approx 0.11 \cdot a^2 / r_{cs}$$

dove  $1/r_{cs}$  è la curvatura dovuta al ritiro [2]. Nel caso in esame, avendo assunto  $\varepsilon_{cs,\infty} = 0.4\text{‰}$ , si ottengono i seguenti valori:

$$w_{cs1} = 4.7 \text{ mm} \quad \text{e} \quad w_{cs2} = 7.6 \text{ mm}$$

Combinando i due valori ottenuti come in precedenza, si ottiene

$$w_{cs} = 6.2 \text{ mm}$$

In definitiva, il valore dello spostamento massimo vale

$$w_{tot} = w_{max} + w_{cs} = 16 \text{ mm} < a/350 \approx 17 \text{ mm}$$

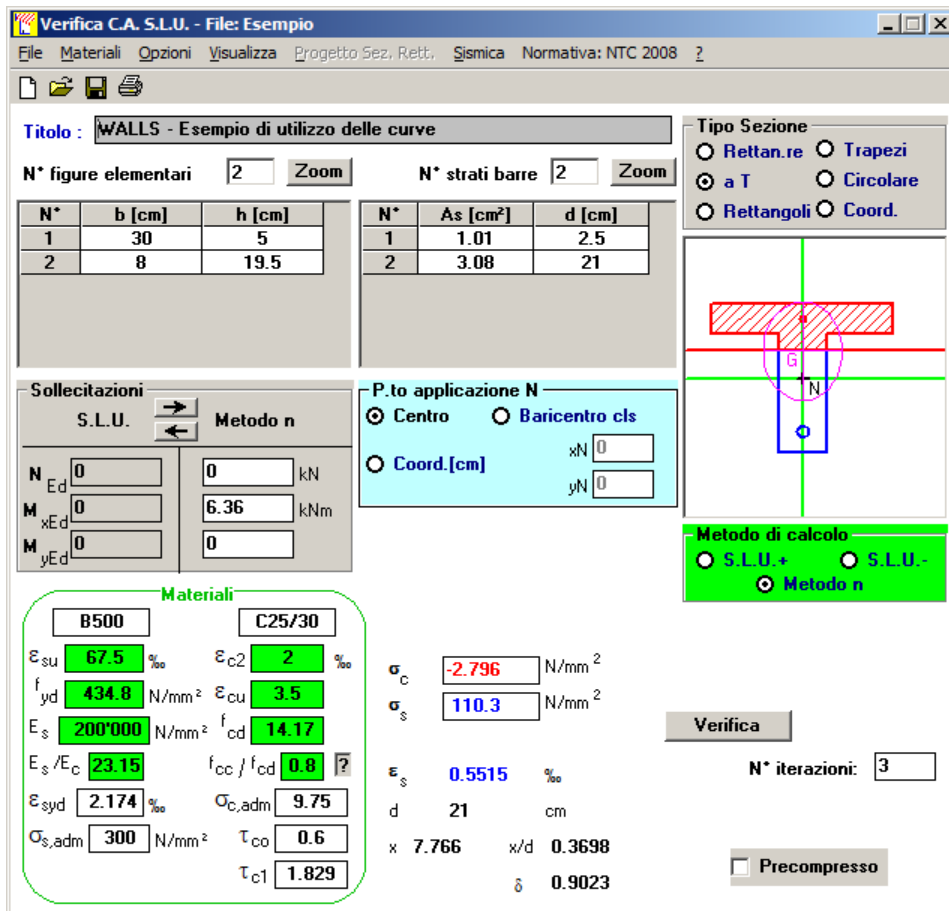
Si riportano di seguito, per completezza, anche le verifiche delle tensioni massime in esercizio (effettuate in combinazione di carico rara) e le verifiche allo stato limite ultimo. Le verifiche sono state eseguite mediante il software VcasLU (scaricabile gratuitamente in rete) realizzato dal Prof. Gelfi dell'Università di Brescia. Per semplicità, le sollecitazioni e le verifiche sono riferite all'interesse. Si evidenzia come, sia in esercizio sia allo stato limite ultimo, le verifiche siano ampiamente soddisfatte (Figure 4 e 5).

Per quel che concerne la verifica a taglio, si riporta il confronto tra taglio sollecitante  $V_{Sd}$  (per la cui determinazione si è fatto uso dei coefficienti tabellari di cui in Figura 3) e taglio resistente  $V_{Rd}$ , valutato con l'Equazione (3):

$$V_{Sd} = P_{SLU} \cdot a / 2.36 = 29.16 \text{ kN/m} \quad > \quad V_{Rd} = 10.07 \text{ kN/m}$$

Al deficit di resistenza a taglio si può ovviare in due modi:

1. disponendo un adeguato quantitativo di armatura trasversale;
2. allargando la fascia in getto pieno; si osservi però che tale accorgimento richiede il ricalcolo dei carichi per l'aumento di peso che l'allargamento comporta.



The screenshot shows the VcasLU software interface for structural verification. The title is "WALLS - Esempio di utilizzo delle curve". The interface includes several input and output sections:

- Titolo:** WALLS - Esempio di utilizzo delle curve
- N° figure elementari:** 2 (Zoom)
- N° strati barre:** 2 (Zoom)
- Tipo Sezione:** Rettan.re, Trapezi, a T, Circolare, Rettangoli, Coord.
- Table 1 (Elementary Figures):**

N°	b [cm]	h [cm]
1	30	5
2	8	19.5
- Table 2 (Reinforcement Layers):**

N°	As [cm²]	d [cm]
1	1.01	2.5
2	3.08	21
- Sollecitazioni:** S.L.U. Metodo n.
  - $N_{Ed}$ : 0 kN
  - $M_{xEd}$ : 0 kNm
  - $M_{yEd}$ : 0 kNm
- P.to applicazione N:** Centro, Baricentro cls, Coord.[cm] (xN, yN).
- Metodo di calcolo:** S.L.U.+, S.L.U.-, Metodo n.
- Materials:**
  - B500:  $\epsilon_{su}$  67.5%,  $f_{yd}$  434.8 N/mm²,  $E_s$  200'000 N/mm²,  $E_s/E_c$  23.15,  $\epsilon_{syd}$  2.174%,  $\sigma_{s,adm}$  300 N/mm²
  - C25/30:  $\epsilon_{c2}$  2%,  $\epsilon_{cu}$  3.5,  $f_{cd}$  14.17,  $f_{cc}/f_{cd}$  0.8,  $\sigma_{c,adm}$  9.75,  $\tau_{co}$  0.6,  $\tau_{cl}$  1.829
- Results:**
  - $\sigma_c$ : -2.796 N/mm²
  - $\sigma_s$ : 110.3 N/mm²
  - $\epsilon_s$ : 0.5515%
  - $d$ : 21 cm
  - $x$ : 7.766,  $x/d$ : 0.3698
  - $\delta$ : 0.9023
- Verifica:** N° iterazioni: 3
- Precompresso:** (checkbox)

Figura 4 – Verifiche delle tensioni in combinazione rara:  $M_{Sd} = M_{RARA} \cdot i = 6.36 \text{ kNm/m}$ .

Verifica C.A. S.L.U. - File: Esempio

File Materiali Opzioni Visualizza Progetto Sez. Rett. Sismica Normativa: NTC 2008

Titolo: WALLS - Esempio di utilizzo delle curve

N° figure elementari  Zoom N° strati barre  Zoom

N°	b [cm]	h [cm]	N°	As [cm²]	d [cm]
1	30	5	1	1.01	2.5
2	8	19.5	2	3.08	21

Tipologia sezione:  
 Rettan.re  Trapezi  
 a T  Circolare  
 Rettangoli  Coord.

Diagramma della sezione a T con barre d'acciaio e asse neutro.

Sollecitazioni: S.L.U. Metodo n

N<sub>Ed</sub>  kN  
M<sub>xEd</sub>  6.36 kNm  
M<sub>yEd</sub>  0

P.to applicazione N:  
 Centro  Baricentro cls  
 Coord.[cm] xN  yN

Tipologia rottura: Lato calcestruzzo - Acciaio snervato

Metodo di calcolo:  
 S.L.U.+  S.L.U.-  
 Metodo n

Tipologia flessione:  
 Retta  Deviata

N° rett.

Calcola MRd Dominio M-N

L<sub>0</sub>  cm Col. modello

Precompresso

Materiali:

B450C		C25/30	
ε <sub>su</sub>	67.5 ‰	ε <sub>c2</sub>	2 ‰
f <sub>yd</sub>	391.3 N/mm²	ε <sub>cu</sub>	3.5 ‰
E <sub>s</sub>	200'000 N/mm²	f <sub>cd</sub>	14.17
E <sub>s</sub> /E <sub>c</sub>	15	f <sub>cc</sub> /f <sub>cd</sub>	0.8
ε <sub>syd</sub>	1.957 ‰	σ <sub>c,adm</sub>	9.75
σ <sub>s,adm</sub>	255 N/mm²	τ <sub>co</sub>	0.6
		τ <sub>c1</sub>	1.829

M<sub>xRd</sub>  kNm

σ<sub>c</sub>  N/mm²  
σ<sub>s</sub>  N/mm²  
ε<sub>c</sub>  ‰  
ε<sub>s</sub>  ‰  
d  cm  
x  w/d   
δ

Figura 5 – Verifiche allo stato limite ultimo per flessione:  $M_{Rd} = 23.59 \text{ kNm} > M_{SLU,i} = 9.04 \text{ kNm/m}$ .



**POLITECNICO**  
MILANO 1863

## **6. REFERENZE BIBLIOGRAFICHE**

### Referenze normative

- [1] UNI EN 1990 – Eurocodice 0: Criteri generali di progettazione strutturale, 2006, 87 pp.
- [2] UNI EN 1992-1-1 – Eurocodice 2: Progettazione delle strutture di calcestruzzo – Parte 1-1: Regole generali e regole per gli edifici, 2005, 209 pp.
- [3] SIA 260: Basi per la progettazione di strutture portanti, 2013, 44 pp.
- [4] SIA 262: Costruzioni di calcestruzzo, 2013, 109 pp.

### Referenze bibliografiche

- [5] Kordina K. (editore): “Bemessungshilfsmittel zu Eurocode 2 Teil 1 (DIN V ENV 1992 Teil 1-1, Ausgabe 06.92) – Planung von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken”, Heft 425, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, 3a edizione, Beuth Verlag (Berlino e Colonia, Germania), 1992, 133 pp.
- [6] AA.VV.: “Bespiele zur Bemessung von Betontragwerken nach EC 2: DIN V ENV 1992 Eurocode 2 / Deutscher Beton-Verein E.V., Wiesbaden, 1994
- [7] Czerny F.: “Tafeln für Rechteckplatten”, Betonkalender 1990 Teil I, pp. 309-371, Ernst & Sohn Verlag, Berlin., 1987